УДК 524.8

В. Жданов, д-р фіз.-мат. наук, проф.,
О. Александров, канд. фіз.-мат. наук, ст. наук. співроб.,
О. Сташко, асп.
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ

ПАРАМЕТР ГАББЛА І ПОТЕНЦІАЛ КОСМОЛОГІЧНОГО СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ

Розглянуто можливості апроксимації заданої залежності параметра Габбла H(z) від червоного зміщення z у межах моделі однорідного ізотропного Всесвіту, заповненого холодною матерією та динамічною темною енергією у вигляді скалярного поля φ з потенціалом V(φ). Отримано рівняння для параметра Габбла H(z) і скалярного поля, як функцій z для заданого потенціалу скалярного поля. Також проаналізовано випадок, коли знання H(z) дозволяє визначити V(φ) у параметричному вигляді за відомого вмісту холодної матерії та параметра кривини тривимірного простору. Розглянуто приклади "мімікрії", коли зазначена модель імітує задану залежність H(z), отриману з інших міркувань. Зокрема, досліджено H(z) з гідродинамічної моделі з двокомпонентною темною матерією, де одна з компонент є холодною, а друга має ненульовий параметр рівняння стану. Побудовано прості аналітичні апроксимації V(φ) для інтервалу червоних зміщень пострекомбінаційної епохи.

Ключові слова: космологія, параметр Габбла, темна енергія, скалярне поле.

Вступ. У сучасній космології ключову роль відіграє параметр Габбла $H(t) = \dot{a}/a$ ($a(t)$ – масштабний фактор, t – космологічний час), який, із певними застереженнями, можна вважати спостережуваною величиною [1–3]. Цей параметр використовують за інтерпретації діаграми Габбла (червоне зміщення – зоряна величина), він входить у вирази для відстані за кутовим діаметром і фотометричної відстані. У цій роботі ми розглянемо зв'язок між різними моделями, які дають однакову залежність параметра H від червоного зміщення. Для цього будуть проаналізовані рівняння космологічної еволюції безпосередньо у термінах параметра Габбла та червоного зміщення z. Основна увага приділена моделі однорідного ізотропного Всесвіту, заповненого холодною матерією (з рівнянням стану $p = 0$) та скалярним полем φ (динамічна темна енергія, ТЕ). У межах цієї моделі отримаємо рівняння для потенціалу скалярного поля $V(\varphi)$, який приводить до наперед заданої залежності $H(z)$. Ці рівняння будуть застосовані для моделювання залежності $H(z)$, яка виникає у стандартній ΛCDM моделі та в її узагальненнях, що використовують двокомпонентні гідродинамічні моделі темної матерії (ТМ).

Базові рівняння. Для холодної матерії з рівнянь гідродинаміки маємо густину енергії

$$\varepsilon_c = \varepsilon_c(t_0)\left(\frac{a_0}{a}\right)^3 = \varepsilon_{cr}\Omega_c\left(1+z\right)^3 .$$

де $\varepsilon_{cr} = \dfrac{3H_0^2}{8\pi G}$ – критична густина, $H_0 \equiv H(t_0)$ – стала Габбла, що визначена через параметр Габбла в сучасну епоху t_0; $\Omega_c = \varepsilon_c(t_0)/\varepsilon_{cr}$, $a_0 = a(t_0)$. Зараз ми не конкретизуємо вміст цієї холодної матерії, це може бути звичайна баріонна матерія (яку в пострекомбінаційну епоху можна описувати як складову з нульовим тиском), а також певна частина ТМ.

Рівняння скалярного поля визначено лагранжіаном

$$L = \frac{1}{2}g^{\alpha\beta}\frac{\partial\varphi}{\partial x^\alpha}\frac{\partial\varphi}{\partial x^\beta} - V(\varphi) \tag{1}$$

Енергія скалярного поля дає внесок у повну густину енергії ε_{tot} разом із холодною матерією з густиною ε_c

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_{cr}\Omega_c\left(1+z\right)^3 + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V(\varphi).$$

Внесок космологічної сталої (темної енергії) з густиною ε_Λ, за необхідності, включатимемо у $V(\varphi)$. Аналоги рівнянь Фрідмана у випадку однорідно розподілених у просторі матерії та скалярного поля набувають вигляду

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left[\varepsilon_c + 2\left(\dot{\varphi}^2 - V\right)\right], \quad \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\left[\varepsilon_c + \frac{\dot{\varphi}^2}{2} + V\right] - \frac{k}{a^2}$$

$k = 0$ для просторово-плоского, $k = 1$ – для замкненого, $k = -1$ – для відкритого Всесвіту.

Далі використовуємо позначення

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = H_0 h(z), \quad h(0) = 1, \quad \varphi = \frac{\tilde{\varphi}\sqrt{\varepsilon_{cr}}}{H_0}, \quad V = \varepsilon_{cr}\tilde{V}, \quad \Omega_k = \frac{k}{a_0^2 H_0^2} \tag{2}$$

У рівняннях Фрідмана перейдемо до змінної z; $dz = -(1+z)H_0 h(z)dt$; це дає

$$(1+z)\frac{dh^2}{dz} = 2h^2 + \Omega_c(1+z)^3 + 2(1+z)^2 h^2(z)\left(\frac{d\tilde{\varphi}}{dz}\right)^2 - 2\tilde{V}, \tag{3}$$

$$h^2 = \Omega_c(1+z)^3 + \frac{1}{2}(1+z)^2 h^2(z)\left(\frac{d\tilde{\varphi}}{dz}\right)^2 + \tilde{V} - \Omega_k(1+z)^2 . \tag{4}$$

Рівняння однорідного скалярного поля, що відповідають лагранжіану (1) і переписані в термінах змінних $\tilde{\varphi}(t)$, z, мають вигляд

$$(1+z)h\frac{d}{dz}\left[(1+z)h\frac{d\tilde{\varphi}}{dz}\right]=3(1+z)h^2\frac{d\tilde{\varphi}}{dz}-\frac{\partial\tilde{V}}{\partial\tilde{\varphi}}. \qquad (5)$$

Диференціюючи $h^2(1+z)^{-2}$ у силу (6), можна показати: якщо співвідношення (4) виконується за деякого $z=z_0$, то воно тотожно виконується за всіх z згідно з рівняннями (3), (5).

Для потреб чисельного інтегрування замість рівнянь (3), (5) зручно використовувати еквівалентну систему рівнянь першого порядку для змінних $h^2,\psi,\tilde{\varphi}$

$$\frac{dh^2}{d\zeta}=2h^2+\Omega_c e^{3\zeta}+2\psi^2-2\tilde{V}, \qquad (6a)$$

$$\frac{d\tilde{\varphi}}{d\zeta}=\frac{\psi}{h}, \qquad (6b)$$

$$\frac{d\psi}{d\zeta}=3\psi-\frac{1}{\sqrt{h^2}}\frac{\partial\tilde{V}}{\partial\tilde{\varphi}} \qquad (6c)$$

де $\zeta=\ln(1+z)$.

Визначення потенціалу скалярного поля за параметром Габбла. У рівняннях (6) або (3), (5) потенціал $\tilde{V}(\tilde{\varphi})$ має бути заданим. Натомість, $\tilde{V}(\tilde{\varphi})$ та похідну $d\tilde{\varphi}/dz$ можна визначити із цих рівнянь, якщо відома залежність $h^2(z)$. Зокрема, з (3)–(5) випливають рівняння

$$\tilde{V}=h^2-\frac{1}{6}(1+z)\frac{dh^2}{dz}-\frac{\Omega_c}{2}(1+z)^3+\frac{2}{3}\Omega_k(1+z)^2, \qquad (7)$$

$$(1+z)^2h^2\left(\frac{d\tilde{\varphi}}{dz}\right)^2=\frac{1}{3}(1+z)\frac{dh^2}{dz}-\Omega_c(1+z)^3+\frac{2}{3}\Omega_k(1+z)^2, \qquad (8)$$

які визначають потенціал $\tilde{V}(\tilde{\varphi})$ у параметричному вигляді. Ці рівняння узагальнюють розгляд роботи [6] на випадок, коли тривимірний простір не є плоским. Зазначимо, що це не дає змогу ефективного визначення $\tilde{V}(\tilde{\varphi})$ на основі спостережних даних, оскільки у формулах (7), (8) присутнє диференціювання, яке в загальній ситуації призводить до збільшення похибок. Але ці формули можуть бути корисними для інтерпретації залежностей $h(z)$, отриманої в інших моделях, через модель скалярного поля, яка є однією з найекономніших. Можлива "мімікрія", коли спостережні дані, отримані в межах якоїсь моделі, можна одержати за допомогою іншої моделі – у нашому випадку із залученням скалярного поля (див., напр. [4–7]), яка у цьому варіанті містить додаткові вільні параметри Ω_c,Ω_k. Аналіз указаних питань може бути корисним, наприклад, для вирішення проблеми "Hubble tension" [8, 9], яка пов'язана з різними визначеннями сталої Габбла. Для розв'язання цієї проблеми модифікують моделі ТЕ або ТМ [12–14]. У кінцевому рахунку це зводиться до зміни залежності $h(z)$. Як видно з (7) і (8), для заданої $h(z)$ визначення $\tilde{V}(\tilde{\varphi})$ можливо практично завжди, але не для всіх можливих значень аргумента. Підкреслимо, що на цьому етапі ми розглядаємо обмежений варіант "космологічної мімікрії" на базі порівняння $h(z)$ у різних моделях. Повний розгляд має містити аналіз усіх даних, зокрема щодо анізотропії реліктового випромінювання та великомасштабної будови Всесвіту, аналіз малих збурень відносно однорідного фону тощо.

Розглянемо приклади, що ілюструють можливості підгонки $h(z)$ за допомогою моделі з використанням скалярного поля з потенціалом $\tilde{V}(\tilde{\varphi})$. Зосередимося на параметрах Габбла, які виникають у гідродинамічних моделях однорідного ізотропного Всесвіту з рівняннями стану однієї чи декількох компонент космологічної рідини типу $p=w\varepsilon$ із різними $w\in(-1,1)$. Згідно з рівняннями гідродинаміки це відповідає степеневій залежності густини енергії окремої компоненти $\sim(1+z)^{3(1+w)}$. Далі вважаємо, що Всесвіт просторово-плоский: $\Omega_k=0$, Ω_c є вільним параметром.

Спочатку розглянемо вихідну залежність $h_{\Lambda CDM}(z)=\left[\Omega_m(1+z)^3+\Omega_\Lambda\right]^{1/2}$, яка відповідає $w=0$, з фіксованими числовими значеннями $\Omega_\Lambda=1-\Omega_m$, $\Omega_m=0{,}32$ відповідно до [11]. Обираючи $\Omega_c<\Omega_m$, ми вважаємо, що внесок холодної матерії насправді дещо менший за Ω_m, але різницю $\Omega_m-\Omega_c$ компенсує скалярне поле. Така постановка задачі розглядалася в [6]; тут ми випишемо явно вигляд потенціалу $\tilde{V}(\tilde{\varphi})$, що забезпечує вигляд $h_{\Lambda CDM}(z)$. Залежність $\tilde{\varphi}(z)$ визначається явно з (8) з точністю до константи інтегрування:

$$\tilde{\varphi}(z)=\tilde{\varphi}_1\pm\frac{2}{3}\left(\frac{\Omega_m-\Omega_c}{\Omega_m}\right)^{1/2}\ln\left[(1+z)^{3/2}+\sqrt{\frac{\Omega_\Lambda}{\Omega_m}+(1+z)^{3/2}}\right].$$

Звідси визначаємо $z(\tilde{\varphi})$ та із (7)

$$\tilde{V}(\tilde{\varphi}) = \Omega_\Lambda + \frac{\Omega_m - \Omega_c}{2\Omega_m}\Omega_\Lambda \mathrm{sh}^2\left\{\frac{3}{2}\sqrt{\frac{\Omega_m}{\Omega_m - \Omega_c}}\tilde{\varphi} + \psi_1\right\},$$

де константа ψ_1 (пов'язана з $\tilde{\varphi}_1$) є вільною.

Зауважимо, що за допомогою скалярного поля можна промоделювати внесок кривини тривимірного простору Ω_k, якщо він є. Але, знов-таки, така модель має бути узгоджена з усім комплексом спостережних даних, включно з даними місії Planck та іншими [10, 11].

Не обговорюючи недоліків і переваг великої кількості підходів, націлених на вирішення проблеми Hubble tension (див., напр., [12–14] та посилання в цих роботах) зосередимося на можливості моделювання "гідродинамічного" варіанта за допомогою скалярно-польової моделі. Ми вважатимемо, що ТМ містить дві компоненти: частина ТМ є звичайною "холодною" ($p = 0$), а інша частина ТМ має рівняння стану з $p = w\varepsilon$, відмінне від нульового. Це відповідає параметру Габбла

$$h_{\mathrm{mod}}(z) = \left[\Omega_{dm1}(1+z)^{3(1+w)} + (\Omega_b + \Omega_{dm2})(1+z)^3 + \Omega_\Lambda\right]^{1/2}, \tag{9}$$

$\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_{dm} - \Omega_b$, де зафіксуємо сумарний вміст $\Omega_{dm} = \Omega_{dm1} + \Omega_{dm2} = 0{,}27$ обох складових ТМ і баріонної компоненти $\Omega_b = 0{,}05$ відповідно до [11]. Далі вважаємо, що $d\tilde{\varphi}/dz > 0$, тобто поле у минулому зростало із зростанням z. Принциповим моментом є область значень функції $\tilde{\varphi}(z)$, яку отримуємо з рівняння (8), оскільки саме вона відповідає області визначення потенціалу $\tilde{V}(\tilde{\varphi})$. Це питання дещо відрізняється для різних знаків w. З рівняння (8) маємо

$$(1+z)^2 h_{\mathrm{mod}}^2\left(\frac{d\tilde{\varphi}}{dz}\right)^2 = (1+w)\Omega_{dm1}(1+z)^{3(1+w)} + (\Omega_{dm2} + \Omega_b - \Omega_c)(1+z)^3 \tag{10}$$

Видно, що права частина (10) має бути додатною, принаймні, для тих значень z, що характеризують пострекомбінаційну епоху, де розглядається прийнята модель зі скалярним полем. Для визначеності покладемо $\tilde{\varphi}(0) = 0$. Це залежить від співвідношення між Ω_c та $\Omega_{dm1}, \Omega_{dm2}, \Omega_b$. Зокрема, якщо $\Omega_c = \Omega_{dm2} + \Omega_b$, $w < 0$, тоді маємо обмежену функцію $\tilde{\varphi} \to \tilde{\varphi}_{\max} < \infty$ при $z \to \infty$; відповідно, потенціал визначений лише в обмеженій області, причому $\tilde{V}(\tilde{\varphi}) \to \infty$ при $\tilde{\varphi} \to \tilde{\varphi}_{\max}$.

Далі у скалярно-польовій моделі покладемо $\Omega_c = \Omega_b = 0{,}05$; тобто $\Omega_c < \Omega_{dm2} + \Omega_b$. Отже ми вважаємо, що Всесвіт заповнений скалярним полем із потенціалом $\tilde{V}(\tilde{\varphi})$, який підлягає визначенню, а також звичайною баріонною матерією. Фактично, тут скалярне поле бере на себе ті внески в залежності $h(z)$, які в гідродинамічній моделі відповідають ТМ і ТЕ. Причому виконано умову, яка забезпечує визначення $\tilde{V}(\tilde{\varphi})$ у всій області $\tilde{\varphi} \geq 0$.

При $w < 0$ у правій частині (10) при $z \to \infty$ домінують члени $h_{\mathrm{mod}}^2(z) \sim (1+z)^3$, звідки видно, що $\tilde{\varphi}(z)$ – необмежена і логарифмічно зростає, причому асимптотична поведінка потенціала, що тут визначений для всіх дійсних значень аргумента, така:

$$\tilde{V}(\tilde{\varphi}) \sim \frac{\Omega_{dm2}}{2}\exp\left\{3\sqrt{\frac{\Omega_b + \Omega_{dm2}}{\Omega_{dm2}}}\tilde{\varphi}\right\}.$$

При $w > 0$, $z \to \infty$ маємо $h_{\mathrm{mod}}^2(z) \sim \Omega_{dm1}(1+z)^{3(1+w)}$, звідки

$$\tilde{V}(\tilde{\varphi}) \sim \frac{1-w}{2}\Omega_{dm1}\exp\left\{3\sqrt{1+w}\,\tilde{\varphi}\right\}.$$

Як бачимо, потенціал визначається для всіх додатних значень скалярного поля для обох знаків w.

У подальших міркуваннях ми залишаємо числові значення параметрів, які було зафіксовано вище, а саме в двокомпонентній гідродинамічній моделі $\Omega_\Lambda = 0{,}68$, $\Omega_{dm} = 0{,}27$, $\Omega_b = 0{,}5$; а $\Omega_{dm2} = \Omega_{dm} - \Omega_{dm1} \in [0, \Omega_{dm}]$, а також параметр рівняння стану w залишаємо вільними параметрами. Зосередимося на можливостях аналітичної апроксимації цієї моделі за допомогою скалярно-польової моделі з $\Omega_c = \Omega_b$.

Принципова можливість такої апроксимації для всіх додатних $\tilde{\varphi}$ випливає з попередніх міркувань. Але для аналітичних застосувань та якісних оцінок бажано мати досить просту аналітичну апроксимацію потенціалу. Ми розглянули цю задачу на скінченному інтервалі $z \leq 1100$, тобто для пострекомбінаційної епохи. Як виявляється, в інтервалі[1] $w \in [-0{,}2; 0{,}2]$ функцію $\tilde{V}(\tilde{\varphi})$ можна з достатньою точністю наблизити так:

$$\tilde{V}_{fit}(\tilde{\varphi}, w) = p_0(w) + p_1(w)\exp[p_2(w)\tilde{\varphi}]. \tag{11}$$

[1] Вибір інтервалу пов'язаний із тим, що, за попередніми оцінками, розмір цього інтервалу достатній для вирішення проблеми "Hubble tension".

Залежності $p_i(w)$, $i = 1,2,3$, показано на рис. 1 для трьох варіантів внеску компонент ТМ відповідно до $\Omega_{dm2} = 0{,}1; 0{,}15; 0{,}2$, $\Omega_{dm1} = \Omega_{dm} - \Omega_{dm2}$.

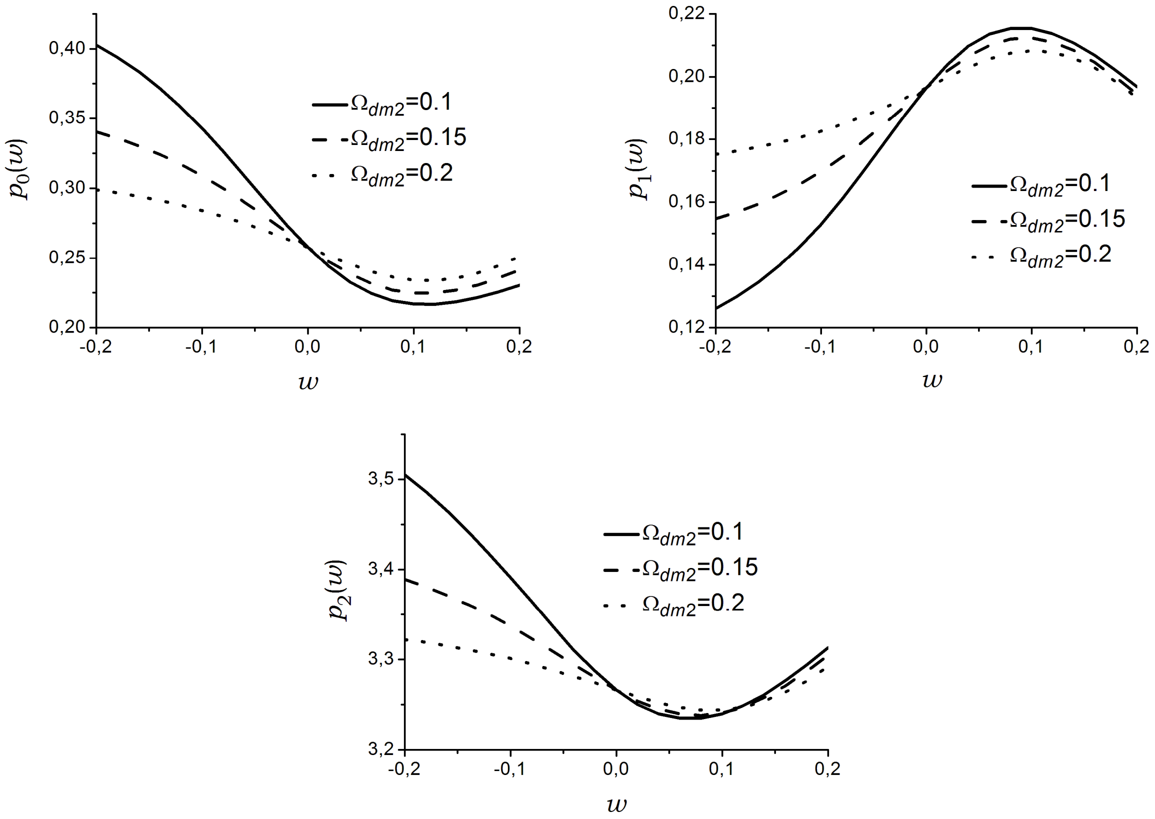

Рис. 1. Залежності параметрів підгонки $p_i(w)$ потенціалу, заданого параметрично формулами (7), (8) відповідно до (9), із трьома різними параметрами Ω_{dm2}

Підгонка проводилася методом найменших квадратів для функції $L(\tilde{\varphi},w) = \ln\tilde{V}(\tilde{\varphi},w)$ по $N_m = 20$ еквідистантним точкам $\tilde{\varphi}_k$ з інтервалу $[0,7]$, який приблизно відповідає червоним зміщенням до $z = 1100$. Точність апроксимації $L(\tilde{\varphi},w)$ проілюстровано на рис. 2 на прикладі потенціалу з $w = 0{,}2$ та $\Omega_{dm2} = 0{,}1$, а також в усьому інтервалі $w \in [-0{,}2;\ 0{,}2]$ для трьох значень Ω_{dm2} за допомогою величини

$$\delta(w) = \frac{1}{\sqrt{N_m}}\sqrt{\sum_{k=1}^{N_m}\left[L(\varphi_k,w) - \ln\tilde{V}_{fit}(\varphi_k,w)\right]^2}.$$

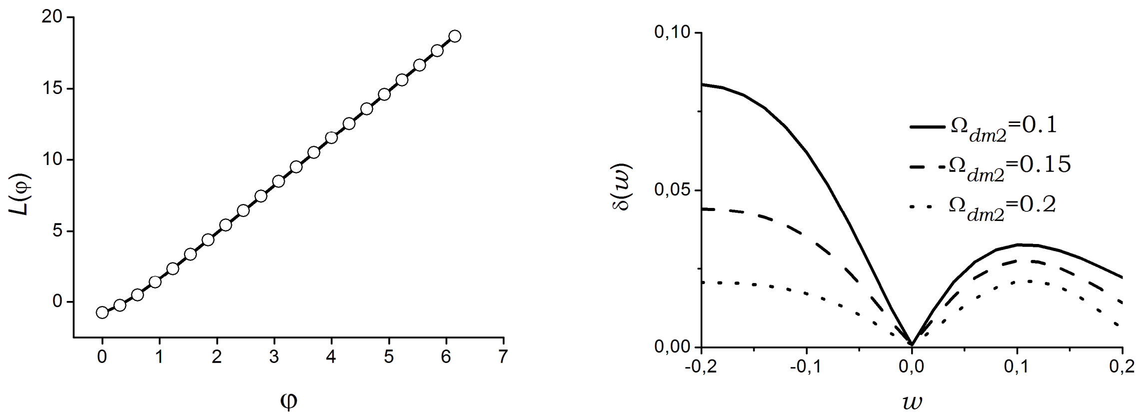

Рис. 2. Точність апроксимації потенціалу скалярного поля за формулою (11). Ліворуч: приклад підгонки $L(\tilde{\varphi},\ 0{,}2)$ ($\Omega_{dm2} = 0{,}1$). Праворуч: точність підгонки для трьох різних параметрів Ω_{dm2} в інтервалі $w \in [-0{,}2;\ 0{,}2]$

Робота частково підтримана Національним фондом досліджень України за проєктом № 2020.02/0073 та програмою "Астрономія та фізика космосу", тема 19БФ023-01.

Список використаних джерел

1. Горбунов Д. С. Введение в теорию горячей Вселенной / Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков. – М. : ИЯИ РАН, 2007.
2. Жданов В. І. Вступ до теорії відносності / В. І. Жданов. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2008.
3. Общая теория относительности: признание временем / А. Н. Александров, И. Б. Вавилова, В. И. Жданов и др. – К. : Наук. думка, 2015.
4. Caldwell R. R. Cosmological Imprint of an Energy Component with General Equation-of-State / R. R. Caldwell, R. Dave, P. J. Steinhardt // Phys. Rev. Lett. – 1998. – Vol. 80. – P. 1582–1585.
5. Zlatev I. Quintessence, Cosmic Coincidence, and the Cosmological Constant / I. Zlatev, L. M. Wang, P. J. Steinhardt // Phys. Rev. Lett. – 1999. – Vol. 82. – P. 896–899.
6. Zhdanov V. I. Cosmological scalar fields that mimic the ΛCDM cosmological model / V. I. Zhdanov, G. Yu. Ivashchenko // Kinem. Phys. Celest. Bodies. – 2009. – Vol. 25. – P. 73–78.
7. Zhdanov V. I. Scalar field versus hydrodynamic models in homogeneous isotropic cosmology / V. I. Zhdanov, S. S. Dylda // Phys. Rev. D. – 2018. – Vol. 97, id. 124033.
8. Verde L. Tensions between the early and late Universe / L. Verde, T. Treu, A. Riess // Nature Astronomy. – 2019. – Vol. 3. – P. 891–895.
9. Knoxy L. The Hubble Hunter's Guide / L. Knoxy, M. Milleaz // Phys. Rev. D. – 2020. – Vol. 101, id. 043533.
10. Large Magellanic Cloud Cepheid Standards Provide a 1% Foundation for the Determination of the Hubble Constant and Stronger Evidence for Physics Beyond LambdaCDM / G. Riess, S. Casertano S., W. Yuan et al. // arXiv:1903.07603. – 2019.
11. Planck Collaboration. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters // arXiv:1807.06209. – 2018.
12. Early Dark Energy can Resolve the Hubble Tension / V. Poulin, T. L. Smith, T. Karwal, M. Kamionkowski // Phys. Rev. Lett. – 2019. – Vol. 122, id.221301.
13. Rock 'n' Roll Solutions to the Hubble Tension // P. Agrawal, F.-Y. Cyr-Racine, D. Pinner, L. Randall // arXiv:1904.01016. – 2019.
14. Parnovsky S. Warm dark matter and Hubble constant tensions / S. Parnovsky // Bulletin of National Taras Shevchenko University of Kyiv. Astronomy. – 60. – 2019. – P. 46–48.

Надійшла до редколегії 31.08.20

В. Жданов, д-р физ.-мат. наук, проф.,
А. Александров, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр.,
А. Сташко, асп.
Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, Киев

ПАРАМЕТР ХАББЛА И ПОТЕНЦИАЛ КОСМОЛОГИЧЕСКОГО СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ

Рассмотрена возможность аппроксимации заданной зависимости параметра Хаббла H(z) от красного смещения z в рамках модели однородной изотропной Вселенной, заполненной холодной материей и динамической темной энергией в виде скалярного поля. Получено уравнение для параметра Хаббла H(z) и скалярного поля как функций красного смещения z для заданного потенциала скалярного поля. Проанализирован случай, когда знание H(z) позволяет определить потенциал скалярного поля в параметрическом виде при известном вкладе холодной материи и параметра кривизны трехмерного пространства. Рассмотрены примеры "мимикрии", когда указанная модель имитирует зависимость H(z), полученную в рамках других эволюционных моделей. В частности, для H(z) рассмотрена зависимость, возникающая в гидродинамической модели с двухкомпонентной темной материей, где одна из компонент является холодной, а другая имеет ненулевой параметр уравнения состояния. Построены простые аналитические аппроксимации V(φ) для інтервала красных смещений пострекомбинационной эпохи.

Ключевые слова: космология, параметр Хаббла, темная энергия, скалярное поле.

V. Zhdanov, Dr Hab., Prof.,
A. Alexandrov, PhD, Senior Res.,
O. Stashko, PhD Student
Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv

HUBBLE PARAMETER AND THE POTENTIAL OF THE COSMOLOGICAL SCALAR FIELD

We consider a homogeneous isotropic Universe filled with cold matter (with zero pressure) and dynamic dark energy in a form of a scalar field. For known scalar field potential $V(\varphi)$***, the Friedmann equations are reduced to a system of the first order equation for the Hubble parameter*** $H(z)$ ***and the second order equation for the scalar field as functions of the redshift z. On the other hand, knowledge of*** $H(z)$ ***allows us to get the scalar field potential in a parametric form for a known cold matter content and three dimensional curvature parameter. We analyze when the accepted model mimics the dependence*** $H(z)$ ***derived in the framework of the other models, e.g., hydrodynamic ones. Two examples of this mimicry are considered. The first one deals with the case when*** $H^2(z) \sim \Omega_m (1+z)^3 + \Omega_\Lambda$, ***but*** Ω_m ***parameter overestimates the input of the cold matter (dark matter+baryons). The resulting scalar field potential is*** $V(\varphi) = a + b\sinh^2(c\varphi)$, ***where the constants a,b,c depend on the*** Ω***-parameters of the problem. In the other example we assume that some part of the dark matter has a non-zero equation of state*** $p = w\varepsilon$, $-1 < w < 1$. ***In this case*** $H^2(z) \sim \Omega_{dm1}(1+z)^{3(1+w)} + (\Omega_b + \Omega_{dm2})(1+z)^3 \Omega_\Lambda$. ***The corresponding potentials are defined for positive values of*** φ. ***For both signs of*** w ***potential*** $V(\varphi)$ ***is a monotonically increasing function with typically an asymptotically exponential behavior; though for some choice of parameters we may have a singularity of*** $V(\varphi)$ ***on a finite interval. Then we consider fitting of the potential for*** w ***from the interval [-0.2,0.2] for three different values of*** Ω_{dm2} ***by means of a simple formula*** $V_{fit}(\varphi) = p_0 + p_1 \exp(p_2 \varphi)$. ***The dependencies*** $p_i(w)$ ***are presented and the approximation error is estimated.***

Key words: cosmology, Hubble parameter, dark energy, scalar field.