

Conclusion. The method of measuring the mass of double galaxies was considered. The use of the mass distribution median is proposed instead of the inversed expected value of a geometrical projection factor. As a result, we propose some corrections to the formula that was used for years. In addition, the confidence intervals for different confidence probabilities were calculated to estimate its accuracy.

References

1. Demidenko E. Linear and nonlinear regressions (in rus.: Демиденко Е. З. Линейная и нелинейная регрессии) // Finance and Statistics, 1981.
2. Holmberg E. On the masses of double galaxies // Lund Medd. Astron. – 1954. – Vol. 186. – P. 1.
3. Karachentsev I. Double galaxies (in rus.: Караченцев И. Д. Двойные галактики) // Science, 1987.
4. Karachentsev I. Homogeneous sampling of double galaxies. II. Orbital masses (in rus.: Караченцев И. Д. Однородная выборка двойных галактик. II. Орбитальные массы) // Astrophysics. – 1981. – Vol. 17. – P. 429–444.
5. Karachentsev I. The nature of the motion of binary galactic systems (in rus.: Караченцев И. Д. Характер движения двойных галактических систем) // Astronomical Journal. – 1970. – Vol. 47. – P. 509.
6. Karachentsev I. The Distribution of Masses and Types of Motion of Double Galaxies / I. Karachentsev, A. Shcherbanovskiy // Acta Astronomica. – 1970. – Vol. 20. – P. 373.
7. Noerdlinger P. D. Binary galaxy orbit statistics. I – Fixed mass and major axis / P. D. Noerdlinger // Astrophysical Journal. – 1975. – Vol. 197. – P. 545–550.
8. Page T. Average Masses and Mass-Luminosity Ratios of the Double Galaxies / T. Page // Astrophysical Journal. – 1960. – Vol. 132. – P. 910–912.
9. Page T. M/L for Double Galaxies, a Correction / T. Page // Astrophysical Journal. – 1962. – Vol. 136. – P. 685–686.
10. Page T. Radial Velocities and Masses of Double Galaxies / T. Page // Astrophysical Journal. – 1952. – Vol. 116. – P. 63.
11. Page T. Statistics of the double galaxies, and their formation / T. Page // Astrophysical Journal. – 1961. – Vol. 66. – P. 614.

Надійшла до редколегії 20.09.17

Е. Беяева, студ. фіз. ф-та
Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко
С. Парновский, д-р физ.-мат. наук,
Астрономическая обсерватория
Киевского национального университета имени Тараса Шевченко

ИЗМЕНЕНИЕ ОЦЕНКИ ОРБИТАЛЬНОЙ МАССЫ ДВОЙНЫХ ГАЛАКТИК

Получено более точную с точки зрения статистики оценку массы двойных галактик, которые движутся по круговым орбитам, расчитано границы доверительных интервалов.

Ключевые слова: внегалактическая астрономия, масса галактик, двойные галактики.

О. Біляєва, студ. фіз. ф-ту
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
С. Парновський, д-р фіз.-мат. наук,
Астрономічна обсерваторія
Київського національного університету імені Тараса Шевченка

ЗМІНА ОЦІНКИ ОРБИТАЛЬНОЇ МАСИ ПОДВІЙНИХ ГАЛАКТИК

Отримано більш точну з погляду статистики оцінку маси подвійних галактик, що рухаються коловими орбітами, обчислено межі довірчих інтервалів.

Ключові слова: позагалактична астрономія, маса галактик, подвійні галактики.

УДК 524.8

О. Сташко, студ.,
В. Жданов, д-р фіз.-мат. наук, проф.
Астрономічна обсерваторія
Київського національного університету імені Тараса Шевченка

КОЛОВІ ОРБИТИ НАВКОЛО СФЕРИЧНО-СИМЕТРИЧНОЇ РЕЛЯТИВІСТСЬКОЇ КОНФІГУРАЦІЇ У ПРИСУТНОСТІ ФАНТОМНОГО СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ

Розглянуто часткові точні розв'язки спільної системи рівнянь Ейнштейна й рівнянь фантомного скалярного поля з ненульовим потенціалом самодії. Проаналізовано розподіл кругових орбіт пробних тіл, що взаємодіють лише гравітаційно. Знайдено умови, за яких існують незв'язні області стійких колових орбіт, існування яких може проявити себе через форму релятивістських рентгенівських ліній в активних ядрах галактик.

Ключові слова: скалярне поле, орбіти пробних тіл

1. Вступ і базові співвідношення. Скалярно-польові моделі посідають важливе місце у гравітаційній фізиці, зокрема, у моделях інфляції раннього Всесвіту та в моделях динамічної темної енергії (див., напр., [1–3]). Серед них розглядають моделі динамічної темної енергії на основі фантомних скалярних полів. Для останніх, як відомо, порушуються слабка енергетична вимога, завдяки чому фантомне скалярне поле має іншу поведінку під час еволюції Всесвіту і т. п. [4]. Якщо такі поля справді існують, вони можуть проявити себе в розподілі колових орбіт пробних тіл, що, у першому наближенні, моделюють рух речовини в акреційних дисках навколо компактних астрофізичних об'єктів. Зазначимо, що наявність як зазвичай малого класичного чи фантомного скалярного поля може призводити до суттєвої зміни топологічної структури простору-часу гравітуючої конфігурації [3, 5–9], що, у свою чергу, може призводити до змін у русі речовини. Наприклад у випадку розв'язків [5,6,9] із безмасовим скалярним полем виникають області стійких колових орбіт, що не перетинаються [9–11].

Функціонал дії за наявності фантомного скалярного поля ϕ із самодією

$$S = \int d^4x \sqrt{|g|} \left[R - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \phi_{,\mu} \phi_{,\nu} - V(\phi) \right], \tag{1}$$

де S_{GR} – стандартна гравітаційна дія загальної теорії відносності (див., напр., [2,3]), $V(\phi)$ – потенціал самодії скалярного поля, який буде уточнено нижче. Метрика статичного сферично-симетричного простору-часу в "квазіглобальних" координатах має вигляд

$$ds^2 = A(x)dt^2 - \frac{1}{A(x)} dx^2 - r^2(x)(d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\phi^2). \tag{2}$$

Нетривіальні рівняння Ейнштейна, що випливають з (1) для метрики (2), мають такий вигляд:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{dA}{dx} r^2 \right) = -2r^2 V(\phi), \quad \frac{d^2 r}{dx^2} + \frac{1}{2} r \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 = 0, \quad A \frac{d^2 r^2}{dx^2} - r^2 \frac{d^2 A}{dx^2} = 2. \tag{3}$$

Із рівнянь (3) за умов асимптотично-плоского простору часу [9] випливають співвідношення

$$A(x) = r^2(x) \int_x^\infty \frac{2x' - C}{r^4(x')} dx', \tag{4}$$

де C – стала інтегрування, яку можна пов'язати з масою всієї системи

$$\phi(x) = \pm \int_x^\infty \sqrt{2 \frac{d^2 r}{dx^2}}, \quad V(x) = \frac{1}{r^2} - \frac{A}{r^2} \left(3 \left(\frac{dr}{dx} \right)^2 + r \frac{d^2 r}{dx^2} \right) - \frac{C - 2x}{r^3} \frac{dr}{dx}. \tag{5}$$

Звідси випливає один із методів побудови часткових розв'язків системи (3), відомий як "обернений метод" [7].

2. Частковий розв'язок. Візьмемо $r(x)$ у вигляді

$$r(x) = x e^{\frac{x_0}{x}}, \quad x_0 \in \mathfrak{R} \tag{6}$$

Очевидно, за $\forall x_0$ маємо $r > 0$, $d^2 r / dx^2 > 0$, тобто виконано умови застосовності оберненого методу [7].

Із формул (4,5) отримаємо

$$A(x) = \frac{x^2(-c + 4x_0)}{16x_0^3} \operatorname{sh} \left(\frac{2x_0}{x} \right) + \frac{x(c - 4x_0) + 2cx_0}{8x_0^2} e^{-\frac{2x_0}{x}}, \tag{7}$$

З асимптотичного розкладу в околі нескінченності отримуємо, що $c = -2(x_0 - 3m)$, де m – маса всієї системи;

$$\phi(x) = \pm \frac{\sqrt{2}x_0}{x} \tag{8}$$

$$V(x) = \frac{3(4x_0 - c)}{8x_0^2 x} \operatorname{ch} \left(\frac{2x_0}{x} \right) - \frac{(4x_0 - c)(4x_0^2 + 3x^2)}{16x_0^3 x^2} \operatorname{sh} \left(\frac{2x_0}{x} \right) m \tag{9}$$

З асимптотики $V(\phi)$ в околі нуля бачимо,

$$V(\phi) = \mp \frac{(4x_0 - c)}{30\sqrt{2}x_0^3} \phi^5 + o(\phi^7) \tag{10}$$

що при такому виборі скалярне поле безмасове.

Відповідне сімейство розв'язок був знайдений раніше у [8]. Отримана конфігурація є чорною дірою при $x_0 < 1$ і голою сингулярністю при $x_0 \geq 1$.

3. Траєкторії руху пробних тіл. У випадку метрики (2) стандартний розгляд інтегралів руху пробних тіл для геодезичних у сферично-симетричному просторі-часі

$$A(x) \left(\frac{dt}{d\tau} \right) = p_t, \quad r^2(x) \left(\frac{d\phi}{d\tau} \right) = L, \quad \theta = \pi / 2$$

(τ – канонічний параметр на часоподібних геодезичних) та інтегралу нормування приводить до рівняння першого порядку

$$\left(\frac{dx}{d\tau} \right)^2 = p_t^2 - U_{eff}(x), \tag{10}$$

яке формально має вигляд рівняння руху нерелятивістської частинки в полі з ефективним потенціалом $U_{eff} = L^2 U_1 + U_2$

$$U_1(x) = \frac{A(x)}{r^2(x)} = \int_x^\infty \frac{2x' - c}{r^4(x')} dx', \quad U_2(x) = A(x). \tag{11}$$

Області стійкості орбіт визначаються з умов екстремуму ефективного потенціалу

$$\frac{dU_{eff}}{dx}(x, x_0, L) = 0, \tag{12}$$

й умови

$$\frac{d^2 U_{eff}}{dx^2}(x, x_0, L) = 0, \tag{13}$$

що визначає положення останньої стійкої орбіти.

Мінімуми потенціалу U_{eff} відповідають стійким коловим орбітам із відповідним значенням кутового моменту L , а максимуми – нестійким коловим орбітам, що є граничними циклами для траєкторій пробних тіл. Із (12), (13) бачимо, що біфуркаційні значення L^2 (якщо вони є) мають визначатися із формули

$$F(x) = L^2 = -U_2'(X_r) / U_1'(X_r), \tag{14}$$

де X_r є нулем функції

$$H(x) = U_2''(x) - U_1''(x)U_2'(x) / U_1'(x), \tag{15}$$

або, з урахуванням (4)

$$H(x) = 2 \left[\frac{r''(x)}{r(x)} + \frac{r'^2(x)}{r^2(x)} \right] A(x) - \frac{2}{r^2(x)} + \left[\frac{2r(x)r'(x)}{2x-c} A(x) - 1 \right] \cdot \left[\frac{4r'(x)}{r^3(x)} (2x-c) - \frac{2}{r^2(x)} \right]. \tag{16}$$

Параметр m виконує роль масштабуючого множника, тому, без обмежень загальності, можна покласти $m = 1$.

Колові орбіти можуть існувати лише в області, де $F(x) = \frac{r^4(x)A'(x)}{2x-c} \geq 0$. Проаналізуємо цю умову.

Випадок ЧД: $F(x) < 0$ для всіх $x \in (0, X_s)$. Із розвинення $F(x)$ у ряд,

$$F(x) = \frac{c^4(c-2x_0)}{256(c-2x)x_0^3} \left(c \operatorname{sh} \left[\frac{4x_0}{c} \right] - 4x_0 \operatorname{ch} \left[\frac{4x_0}{c} \right] \right) e^{\frac{8x_0}{c}} + o(1) \tag{17}$$

бачимо, що $X_s = \frac{c}{2} = -a + 3$, $F(x) \rightarrow \pm\infty$ при $x \rightarrow \frac{c}{2} \pm 0$.

У випадку ГС: $F(x) < 0$ на інтервалі (X_m, X_s) , якщо $X_m < X_s$ і (X_s, X_m) якщо $X_s < X_m$. Де X_m – точка, для якої $F(X_m) = 0 \wedge A(X_m) \rightarrow \min$. $F(x) \rightarrow \pm\infty$ при $x \rightarrow \frac{c}{2} \mp 0$.

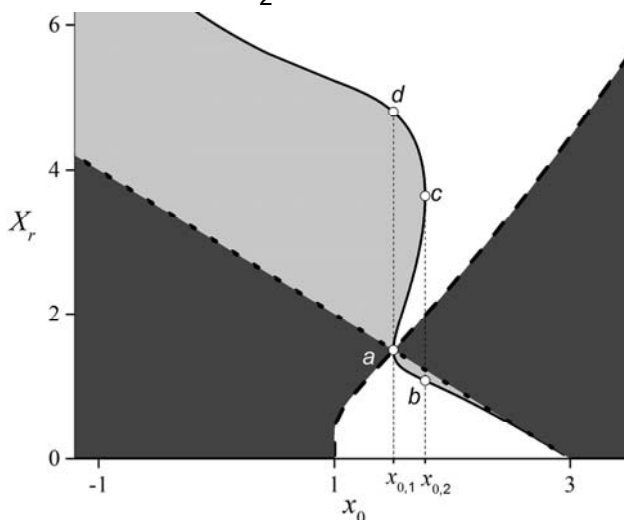


Рис. 1. Розподіл кругових орбіт залежно від значення параметру x_0 .

Білі області відповідають стійким круговим орбітам, тоді як світло-сірі – нестійким круговим орбітам.

У темних областях кругові орбіти не існують. Точки на суцільній кривій відповідають кореням рівняння $H(X_r) = 0$,

тоді як точкова крива відповідає значенням X_s , а точки на штрихованій кривій відповідають X_m .

Бачимо, що існує невелика область, де можливі три області стійких колових орбіт.

Таблиця 1

Розподіл колових орбіт залежно від значення параметра x_0

№	x_0	Кількість коренів $H(x)$	Області стійких колових орбіт	Області нестійких колових орбіт
1	$(-\infty, 0]$	1	$(X_3, +\infty)$	$(X_s, X_3]$
2	$(0, 1]$	2	$(X_3, +\infty)$	$(X_s, X_3]$
3	$(1, x_{0,1} = 1.5]$	1	$(0, X_m], (X_3, +\infty)$	$(X_s, X_3]$
4	$(1.5, 1.77)$	3	$(0, X_1), [X_m, X_2), (X_3, +\infty)$	$[X_1, X_s), [X_2, X_3]$
5	$[x_{0,2} = 1.77, 3)$	1	$(0, X_1), [X_m, +\infty)$	$[X_1, X_s)$
6	$[3, +\infty)$	0	$[X_m, +\infty)$	—

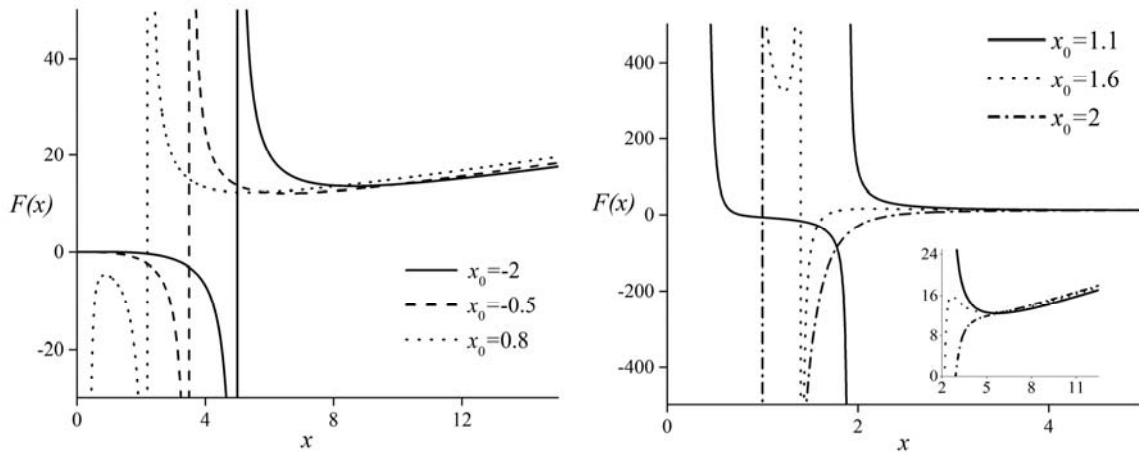


Рис. 2. Вигляд $F(x)$ для різних значень x_0 у випадку ЧД і ГС

4. Обговорення. Розглянуто сімейство розв'язків рівнянь Ейнштейна та фантомного скалярного поля із самодією, що описують компактні астрофізичні конфігурації типу чорної діри й голої сингулярності. Проаналізовано структуру колових навколо вище згаданих об'єктів. Показано, що у випадку ЧД, розподіл колових орбіт не відрізняється від аналогічного для розв'язку Шварцшильда. Випадок голої сингулярності включає в себе три можливі розподіли колових орбіт залежно від значень параметру x_0 :

1. Існують дві або три області стійких колових орбіт розділених, областю нестійких колових орбіт та областю, де колові орбіти не існують.
2. Існують три незв'язні області стійких колових орбіт.
3. Маємо одну область де існують стійкі кругові орбіти.

Наявність подібної структури колових орбіт в акреційних дисках навколо компактних релятивістських об'єктів може слугувати для експериментального підтвердження або заперечення відповідних скалярно-польових моделей динамічної темної енергії, що базуються на подібних або аналогічних розв'язках. Це може бути зроблено на основі форми лінії Fe K α , яка спостерігається в рентгенівському діапазоні акреційних дисків навколо компактних астрофізичних об'єктів[16–20].

Список використаних джерел

1. Novosyadlyi B., Pelykh V., Shtanov Yu., Zhuk A. Dark energy and dark matter of the universe: in three volumes / Ed. V. Shulga. – K.: Akadempriodika, 2013. – Vol. 1.
2. Яцків Я. С., Александров О. М., Вавилова І. Б. Загальна теорія відносності: горизонти випробувань / Я. С. Яцків, О. М. Александров, І. Б. Вавилова. – К.: ВАІТЕ, 2013.
3. Александров А. Н., Вавилова І. Б., Жданов В. И. Общая теория относительности: признание временем / А. Н. Александров, И. Б. Вавилова, В. И. Жданов. – К.: Наук. думка, 2015.
4. Faraoni V. Phantom cosmology with general potentials / V. Faraoni // Classical and Quantum Gravity. – 2005. – V. 22. – Is. 16. – P. 3235–3246.
5. Фишер И. З. Поле скалярного мезона с учетом гравитационных эффектов / И. З. Фишер // ЖЭТФ. – 1948. – Т. 18. – С. 636–640.
6. Bergmann O., Leipnik R. Space-Time Structure of a Static Spherically Symmetric Scalar Field / O. Bergmann, R. Leipnik // Phys. Rev. – 1957. – V. 107. – Is. 4. – P. 1157–1161.
7. Bronnikov K. A., Fabris J. C. Regular Phantom Black Holes / K. A. Bronnikov, J. C. Fabris // Phys. Rev. Lett. – 2006. – V. 96. – Is. 25–id.251101.
8. Denhardt H., Lechtenfeld O. Scalar Deformations of Schwarzschild Holes and Their Stability / H. Denhardt, O. Lechtenfeld // Int.J.Mod.Phys. A. – 1998. – V. 13. – P. 741–764.
9. Stashko O. S., Zhdanov V. I. Spherically symmetric configurations of General Relativity in presence of scalar field: separation of test body circular orbits//arXiv – 2017 [arXiv:1702.02800 [gr-qc]].
10. Oliveira-Neto G., Sousa G. F. Qualitative and quantitative features of orbits of massive particles and photons moving in wyman geometry / G. Oliveira-Neto, G. F. Sousa // Braz. J. Phys. – 2008. – V. 38. – P. 573–580.
11. Chowdhury A. N., Patil M., Malafarina D., Joshi P. S. Circular geodesics and accretion disks in the Janis-Newman-Winicour and gamma metric spacetimes / A. N. Chowdhury, M. Patil, D. Malafarina, P. S. Joshi // Phys. Rev. D. – 2012. – V. 85, id. 104031.
12. Бронников К. А., Рубин С. Г. Лекции по гравитации и космологии / К. А. Бронников, С. Г. Рубин. – М.: МИФИ, 2008.
13. Shikin G. N., Bronnikov K. A. Spherically Symmetric Scalar Vacuum: No-Go Theorems, Black Holes and Solitons / G. N. Shikin, K. A. Bronnikov // Gravitation and Cosmology. – 2002. – V. 8. – P. 107–116.
14. Nikonov V. V., Tchamarina Ju. V., Tsurulev A. N. A two-parameter family of exact asymptotically flat solutions to the Einstein-scalar field equations / V. V. Nikonov, Ju. V. Tchamarina, A. N. Tsurulev // Class. Quant. Grav. – 2008. – V. 25, id.138001.
15. Solovyev D., Tsurulev A. General properties and exact models of static self-gravitating scalar field configurations / D. Solovyev, A. Tsurulev // Class. Quant. Grav. – 2012. – V. 29, id.055013.
16. Guilbert P.W., Rees M.J. "Cold" material in non-thermal sources / P. W. Guilbert, M. J. Rees // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. – 1988. – Vol. 233. – P. 475–484.
17. Lightman A. P., White T. R. Effects of cold matter in active galactic nuclei – A broad hump in the X-ray spectra / A. P. Lightman, T. R. White // Astrophys. J. – 1988. – Vol. 335. – P. 57–66.
18. Fabian A. C., Rees M. J., Stella L. et al. X-ray fluorescence from the inner disc in Cygnus X-1 / A. C. Fabian, M. J. Rees, L. Stella // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. – 1989. – V. 238. – P. 729–736.
19. Vasylenko A. A., Fedorova E. V., Hnatyk B. I., Zhdanov V. I. Evidence for a binary black hole in active nucleus of NGC 1194 galaxy? / A. A. Vasylenko, E. V. Fedorova, B. I. Hnatyk, V. I. Zhdanov // Kinemat. Phys. Celest. Bodies. – 2015. – Vol. 31, Is. 1. – P. 13–18.
20. Fedorova E. V., Vasylenko A. A., Hnatyk B. I., Zhdanov V. I. The peculiar megamaser AGN NGC 1194: Comparison with the warped disk candidates NGC 1068 and NGC 4258 / E. V. Fedorova, A. A. Vasylenko, B. I. Hnatyk, V. I. Zhdanov // Astronom. Nachr. – 2016. – V. 337, Is. 1–2. – P. 96–100.

Stashko O., stud., Zhdanov V., prof.
Astronomical Observatory of
Taras Shevchenko National University of Kiev

CIRCULAR ORBITS AROUND A SPHERICALLY SYMMETRIC RELATIVISTIC CONFIGURATION IN THE PRESENCE OF A PHANTOM SCALAR FIELD

We consider exact solutions of the joint system of Einstein equations and phantom scalar field equations with a special massless self-interaction potential. We studied orbits of the test bodies, which interact only gravitationally, in the space-time corresponding to these solutions. The main attention is paid to the stable circular orbits. We found conditions for existence of disjoint regions of stable circular orbits, which can be separated by regions of unstable orbits or regions of non-existence of circular orbits.

Ключові слова: скалярне поле, орбіти пробних тіл.

Сташко О., студ.,
Жданов В., д-р фіз.-мат. наук, проф.
Астрономическая обсерватория
Киевского национального университета имени Тараса Шевченко

КРУГОВЫЕ ОРБИТЫ ВОКРУГ СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧЕСКОЙ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КОНФИГУРАЦИИ В ПРИСУТСТВИИ ФАНТОМНОГО СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ

Рассмотрены частные точные решения совместной системы уравнений Эйнштейна и уравнений фантомного скалярного поля с ненулевым потенциалом самодействия. Для этих решений проанализировано распределение круговых орбит пробных тел, которые взаимодействуют только гравитационно. Найдены условия, когда существуют несвязные области устойчивых круговых орбит, существование которых может проявить себя через форму релятивистских рентгеновских линий в активных ядрах галактик.

Ключевые слова: скалярное поле, орбиты пробных тел.

УДК 521.182; 523.44

А. Казанцев, канд. фіз.-мат. наук,
Л. Казанцева, канд. фіз.-мат. наук,
Астрономічна обсерваторія
Київського національного університету імені Тараса Шевченка

РОЗПОДІЛ ЗА РОЗМІРАМИ АСТЕРОЇДІВ ГОЛОВНОГО ПОЯСУ Й ОКРЕМИХ СІМЕЙСТВ

Побудовано розподіл за розмірами астероїдів сімейства Еос. При цьому використано базу WISE, що містить альbedo p і розміри D понад 80 тисяч астероїдів. Показник степеня b степеневій залежності розподілу має мінімум при деяких середніх значеннях розмірів астероїдів сімейства. Подібна залежність $b(D)$ має місце і для всього поясу астероїдів. Зроблене припущення про можливу схожість механізмів формування всього поясу астероїдів та окремих сімейств.

Ключові слова: астероїди, сімейства астероїдів.

Вступ. Розподіл астероїдів за розмірами визначає приблизну кількість існуючих тіл у різних діапазонах розмірів. Знання такого розподілу вкрай важливе не лише для визначення кількості тіл, але й для з'ясування механізму походження поясу астероїдів і його динамічної еволюції.

Зазвичай, розподіл астероїдів за розмірами описується степеневію залежністю

$$dN(D) = kD^{-b}dD \quad (1)$$

де $dN(D)$ – кількість тіл у вузькому діапазоні розмірів $d(D)$, k і b – певні постійні величини. Однак, нині вже встановлено, що в розподілі за розмірами всього поясу астероїдів величини не є постійними у всьому інтервалі значень D [2, 3, 6]. Для тіл максимальних розмірів (80 – 150 км) показник степені b майже постійний і становить близько 2.3. При зменшених розмірах параметр b спочатку досягає мінімуму (менше 1.0) при $D = 60$ – 70 км, а потім починає різко зростати. Уже при $D = 10$ км значення $b = 3.7$ (рис. 1).

Такий хід величини b наведено в [2]. Сам хід залежності $b(D)$ і, особливо, наявність мінімуму певною мірою може свідчити про механізм утворення поясу астероїдів.

Зважаючи на наведену залежність, можна припустити, що механізм утворення тіл із розмірами більше 80 км відрізняється від механізму утворення тіл менших розмірів. Відмінність механізмів утворення тіл, напевне, може полягати лише в тому, що більш крупні тіла утворилися внаслідок злипання пилинок (планетозималей), а більш дрібні – унаслідок руйнування більш крупних. Однак, тіла розмірами 80–100 км занадто малі для самогравітаційного механізму утворення. Тому пояснення залежності $b(D)$, очевидно, має бути іншим.

Наведений у [2] розподіл було отримано з використанням бази IRAS [5], що містить альbedo й розміри 2228 астероїдів. У 2011 р. опубліковано каталог WISE [4], де наведено розміри понад 90000 астероїдів. Ці дані можна використати не лише для побудови розподілу за розмірами астероїдів усього поясу, але й для окремих сімейств астероїдів. Нині загальновідомо, що сімейств астероїдів утворюються внаслідок руйнування одного крупного тіла. Отже механізм формування сімейств приблизно відомий. Тому має сенс побудувати залежність $b(D)$ для окремих сімейств.

Розподіл за розмірами окремих груп астероїдів. У базі WISE можна знайти дані про розміри тіл кількох десятків сімейств. Найчисленніше серед них – сімейство Еос. Орбіти астероїдів сімейств зазвичай описуються так званими власними елементами: власні великі півосі a' , власні ексцентриситети e' і власні нахили i' . Власні елементи орбіт – це звичайні орбітальні елементи, які певним чином усереднені за періоди вікових коливань. Діапазони власних елементів орбіт сімейства Еос: $a' = 2.94$ – 3.16 а.о.; $e' = 0.022$ – 0.144 ; $i' = 8.5^\circ$ – 12.8° . Найбільш відомий масив даних власних елементів орбіт всього поясу астероїдів підготовлений за авторства Мілані (A. Milani) і Кнезевича (Z. Knežević), який доступний на сайті NASA (<http://pds.nasa.gov>).